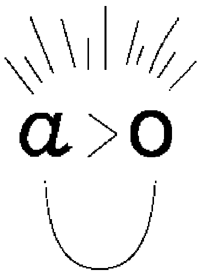
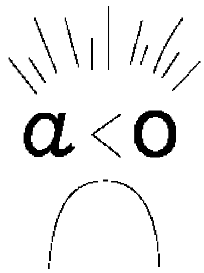
## FUNÇÕES QUADRÁTICAS

Também denominada de função do Segundo grau, pois é da forma $ax^2 + bx + c$ , sendo $a \neq 0$.
A curva descrita pela expressão é uma parábola, sua concavidade varia de acordo com o sinal de **a**, ou seja se a > 0 a concavidade é voltada para cima , e se a < 0 a concavidade é voltada para baixo.




Devido à dificuldade muitas vezes encontrada em se determinar o gráfico atribuindo valores à **x** e assim calculando f(x) , a exemplo da função afim existe uma outra forma de estabelecer o gráfico da função. A forma canônica é usada nessas situações, sendo ela:

$$f(x) = a\left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2}\right]$$

### Raízes ou Zeros da Função

Algebricamente são os valores que anulam a função, ou seja quando f(x) = 0 = y.
Graficamente são os pontos que a parábola intercepta o eixo X. A formula de Bhaskara é utilizada para determinar esses valores.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$\Delta = b^2 - 4ac$ é chamado de discriminante , ele que determina quantas raízes a função possui.

**Δ > 0** - a equação apresentará duas raízes:

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \qquad x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

**Δ = 0** – apresenta duas raízes iguais

$$x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$$

**Δ < 0** – não apresenta raízes em IR

Analogamente a função Afim , para saber onde a parábola corta o eixo y , basta fazer x = 0 , então:

$$y = a.(0)^2 + b.0 + c \Rightarrow y = c$$

### Soma e Produto das Raízes

Sabendo que Δ  0 a soma das raízes é – b/a e o produto é c/a , essas relações de soma e produto foram estudadas por Geriard e por isso tem o nome de relações de Geriard.

$$x_1 + x_2 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} + \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-2b}{2a} = \frac{-b}{a}$$

$$x_1 . x_2 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} . \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{b^2 - \Delta}{4a^2} = \frac{c}{a}$$

### Forma Fatorada

$$f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$$

### Vértice da Parábola

Pelo vértice da parábola é possível traçar um eixo de simetria , perpendicular a x.Portanto:

$$x_v = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{-b}{2a}$$

substituindo $x_v$ em $y_v$ ,temos:

$$y_v = \frac{-\Delta}{4a}$$

Logo o vértice, também conhecido como ponto de máximo/mínimo é: $V\left(\frac{-b}{2a};\frac{-\Delta}{4a}\right)$

### Domínio e Imagem da Função

ID = IR

Se a > 0 $\text{Im} = \left[\frac{-\Delta}{4a}, +\infty\right]$ , se  > 0 $\text{Im} = \left[-\infty, \frac{-\Delta}{4a}\right]$

### EXERCÍCIOS

95.Determine m e n para que o vértice da parábola de equação $y = x^2 – mx + n$ seja (-1,2).

96. Determine o conjunto imagem da função $f(x) = 2x^2 – 8x + 1$ de domínio IR.

97. Determine m para que a função $f(x) = (3m-12)x^2 – 5x – 1$ tenha valor máximo.

98. De todos os retângulos de perímetro 40 cm, determine o de área máxima.

**Construção do Gráfico**

Pa construir o gráfico da parábola precisamos de informações do tipo:

- Sinal de a, se positivo concavidade para cima se negativo par abaixo.
- Raízes ou zeros da função
- Vértice da parábola , sabendo que por Xv passa uma paralela a Y que é o eixo de simetria da parábola
- Se $\Delta = 0$ a parábola tangência x no Xv = -b/2a
- Se $\Delta > 0$, a parábola intercepta o eixo dos x em: $P_1\left(\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}, 0\right)$ e $P_2\left(\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}, 0\right)$

**Análise de Sinal**

A exemplo da função Afim , o estudo de sinais nada mais é do que verificar para que valores de x , y é positivo , negativo ou igual a zero. Inicialmente precisamos calcular o discriminante ($\Delta$).

Teremos então:

- **$\Delta$< 0** : f(x) tem o sinal de a , se a > 0 então f(x) > 0 e se a < 0 então f(x) < 0.
- **$\Delta$ = 0** : f(x) tem sinal de a, se a ≤ 0 então f(x) ≤ 0 e se a   0 então f(x)   0

**$\Delta$> 0** : f(x) tem sinal de a para todo x, tal que $x < x_1$ ou $x > x_2$ e f(x) tem o sinal de – a para todo x, talque $x_1<x<x_2$.

**Inequação do 2º Grau**

Analogamente a inequação do primeiro grau é importante o entendimento da análise de sinais, pois a resolução da inequação do 2º. grau consiste em analisar o sinal da equação e extrair a parte solicitada ou seja s tivermos uma inequação :

$x^2 - 2x + 2 > 0$ , ou seja pede-se os valores de x para os quais y é positivo.

1- Verificar a , a =1 > 0
2- Calcular $\Delta = (-2)^2 - 4 . 1 . 2 = - 4 < 0$ , como $\Delta$ é negativo f(x) tem o sinal de a ( > 0 )
3- Verificar o que é pedido pela equação $x^2 - 2x + 2$ **>** 0 , logo S: IR

No caso de inqueções produto ou quociente(divisão de inequações) a resolução é similar a da inequação do primeiro grau, ou seja resolve-se o numerador e o denominador separadamente e faz-se a interseção das duas retas achando a solução da inequação.

**EXERCÍCIOS**

99. Uma empresa produz e vende determinado tipo de produto. A quantidade que ela consegue vender varia conforme o preço, da seguinte forma:a um preço y ela consegue vender x unidades do produto, de acordo com a equação y = 50 – x/2. Sabendo que a receita (quantidade vendida vezes o preço de venda) obtida foi de R$ 1250,00 qual foi a quantidade vendida?

100. Determine os zeros reais da função: $f(x) = x^4 - 3x^2 - 4$.

101. Uma conta perfurada de um colar é enfiada em um arame fino com o formato da parábola y = x2 – 6. Do ponto P de coordenadas (4,10) deixa-se a conta deslizar no arame até chegar ao ponto Q de ordenada - 6. Qual a distância horizontal percorrida pela conta (diferença entre as abscissas de P e Q)?

102. Quais as condições de x para que a expressão $ax^2 + bx + c$, em que $-b^2 - 4ac > 0$ e a < 0, seja extritamente possitiva?

103. Qual é a condição necessária e suficiente para que o trinômio do 2º grau $f(x) = ax^2 + bx + c$ tenha sinal constante em IR.

104.Resolva as inequações em IR:

a) $x^2 -3x + 2 > 0$
b) $x^2 – 6x + 9$   0
c) $-x^2 + 3/2x + 10$   0
d) $4x^2 – 4x + 1 > 0$
e) $\frac{4x^2 + x - 5}{2x^2 - 3x - 2} > 0$
f) $\frac{6x^2 + 12x + 17}{-2x^2 + 7x - 5} \geq -1$
g) $x^4 – 10x^2 +9 \leq 0$
h) $3x^4 - 5x^2 +4 > 0$

105. Para que valores de x o trinômio $-x^2 + 3x – 4$ é negativo?

106. Se A= {x™ IR | $x^2 -3x + 2 \leq 0$} e B = {x™ IR| $x^2 – 4x + 3 > 0$} , determine $A \cap B$.

107. Dentre os números inteiros que são soluções da inequação $(x^2 – 21x + 20) . (3 – x) > 0$ , qual é o maior?

108. Determine m de modo que a função quadrática $f(x)= mx^2 + (2m – 1)x + (m+1)$ seja positiva para todo x real.

109. Qual é o conjunto de valores de p para os quais a inequação $x^2 + 2x + p > 10$ é verdadeira para qualquer x pertencente a IR?