

Função Modular

• **Módulo**

Seja x um número Real: denominamos módulo ou valor absoluto de x e representamos por $|x|$, o número real definido do seguinte modo:

O módulo de um número positivo ou nulo é o próprio número ($|x| = x$, se $x \geq 0$)

O módulo de um número negativo é seu simétrico ($|x| = -x$, se $x < 0$).

Ex: a) $|4| = 4$

b) $|-2| = -(-2) = 2$

c) $|3| - |-4| = 3 - (-(-4)) = -1$

d) $|2|x||4| = |2x4| = 8$

• **Módulo e Raiz de um Número Real:**

Quando a raiz tiver um índice par teremos, por exemplo: $\sqrt{x^2} = |x|$, quando as raízes forem de índices ímpares isto não é necessário sendo, por exemplo: $\sqrt[3]{x^3} = x$

• **Função Modular**

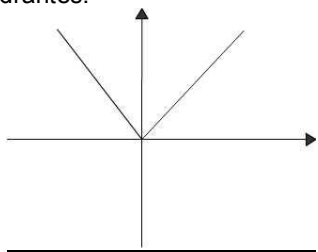
f: $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$x \rightarrow |x|$

Pela definição de módulo temos:

$$f(x) = \begin{cases} x, & \text{se } x \geq 0 \\ -x, & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

O gráfico da função modular é a reunião de duas semi-retas de origem O, que são as bissetrizes do 1º e 2º quadrantes.



$\text{Im} = \mathbb{R}_+$

$\text{ID} = \mathbb{R}$

• **Equações Modulares**

Baseado nas propriedades dos módulos, onde $|x| = k$, $x = k$ ou $x = -k$, logo:

$$a) |2x-1| = 3 \Rightarrow \begin{cases} 2x-1 = 3 \Rightarrow x = 2 \\ \text{ou} \\ 2x-1 = -3 \Rightarrow x = -1 \end{cases}$$

$S = \{-1, 2\}$

$$b) |3x-1| - |2x+3| = 0 \Rightarrow \begin{cases} 3x-1 = 2x+3 \Rightarrow x = 4 \\ \text{ou} \\ 3x-1 = -2x-3 \Rightarrow x = -2/5 \end{cases}$$

$S = \{4, -2/5\}$

c) $|x+1| = 3x+2$

Pela propriedade: $|x| = x$, se $x \geq 0$ teremos:

$$3x+2 \geq 0 \Rightarrow x \geq -2/3$$

Supondo $x \geq -2/3$

$$|x+1| = 3x+2 \Rightarrow \begin{cases} x+1-3x+2 \rightarrow x = -1/2 \\ \text{ou} \\ x+1 = -3x-2 \rightarrow x = -3/4 \end{cases}$$

$S = \{-1/2\}$

Inequações Modulares

Pela propriedade do módulo dos números Reais, temos:

I) $|x| < k$, se e somente se $-k < x < k$

II) $|x| > k$, se e somente se $x < -k$ ou $x > k$

Resolvendo:

a) $|2x+1| < 3$, temos:

$$-3 < 2x+1 < 3 \rightarrow -2 < x < 1$$

$S = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 < x < 1\}$

b) $|4x-3| > 5$, temos:

$$4x-3 < -5 \text{ ou } 4x-3 > 5 \rightarrow x < -1/2 \text{ ou } x > 2$$

$S = \{x \in \mathbb{R} \mid x < -1/2 \text{ ou } x > 2\}$

EXERCÍCIOS

110. Construa o gráfico da função real:

a) $f(x) = |x+1|$

b) $f(x) = |x^2 + 4x|$

c) $f(x) = |x| - 3$

d) $f(x) = |x^2 - 1| - 2$

111. Resolva as seguintes equações, em \mathbb{R} :

a) $|x+2| = 3$

b) $|x^2 - 3x - 1| = 3$

c) $|2x-3| = -1$

d) $|x^2 - 4x + 5| = 2$

e) $|4x-1| - |2x+3| = 0$

f) $|2x-5| = x-1$

g) $|4-3x| = 3x-4$

h) $|2x-3| + |x+2| = 4$

112. Resolva as inequações:

a) $|x^2 - 5x + 5| < 1$

b) $|2x-3| / |3x-1| > 2$

113. (UERJ) Uma panela, contendo um bloco de gelo a -40°C , é colocada sobre a chama de um fogão. A evolução da temperatura T , em graus Celsius, ao longo do tempo x , em minutos, é descrita pela seguinte função real:

$T(x) = 20x - 40$, se $0 \leq x \leq 2$

$T(x) = 0$, se $2 \leq x \leq 10$

$T(x) = 10x - 100$, se $10 \leq x \leq 20$

$T(x) = 100$, se $20 \leq x \leq 40$

O tempo necessário para que a temperatura da água atinja 50°C , em minutos equivale a:

a) 4,5

b) 9,0

c) 15,0

d) 30,0

114. (UFF) Com relação aos conjuntos

$P = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| \leq \sqrt{7}\}$ e $Q = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 \leq 0,333\dots\}$

I) $P \cup Q = P$

II) $Q - P = \{0\}$

III) $P \subset Q$

IV) $P \cap Q = Q$

Somente são verdadeiras as afirmativas:

a) I e III

b) I e IV

c) II e III

d) II e IV

e) III e IV