

**Potências**

- 1)  $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
- 2)  $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ ,  $a \neq 0$  e  $m \geq n$
- 3)  $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$
- 4)  $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ ,  $b \neq 0$
- 5)  $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$
- 6)  $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$
- 7)  $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$  ( $a \neq 0$ )

**Raízes**

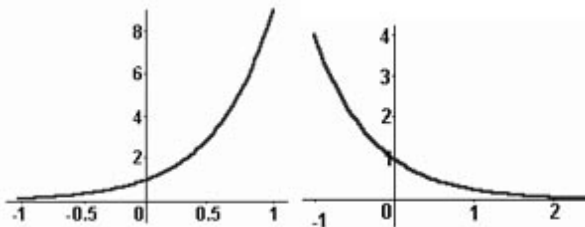
- 1)  $\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$
- 2)  $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$  ( $b \neq 0$ )
- 3)  $(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$
- 4)  $\sqrt[p]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[p \cdot n]{a}$
- 5)  $a^{\frac{p}{q}} = \sqrt[q]{a^p}$

**Função Exponencial**

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+ \\ x \rightarrow a^x, \quad 0 < a \neq 1$$

A função será crescente se  $a > 1$  e decrescente se  $0 < a < 1$ . É uma função injetora.

**Gráfico**



$$\text{Im} = \mathbb{R}^+$$

**Equações Exponenciais**

Equações com incógnita no expoente, um dos métodos de resolução é o de redução a uma base comum. Pois:

$$a^b = a^c \Leftrightarrow b = c \quad (0 < a \neq 1)$$

Exemplo:  $2^x = 128 \therefore 2^x = 2^7 \Rightarrow x = 7$ , porque a função é injetora.

**Inequações Exponenciais**

As inequações são resolvidas pelo mesmo método de redução a uma base comum, quando possível, temos:

Se  $b$  e  $c$  são números reais, então:

para  $a > 1$ , tem-se  $a^b > a^c \Leftrightarrow b > c$

para  $0 < a < 1$ , tem-se  $a^b > a^c \Leftrightarrow b < c$

Exemplo:  $2^x > 128 \therefore 2^x > 2^7 \Rightarrow x > 7$   
 $S = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 7\}$

**EXERCÍCIOS**

115. Construa os gráficos cartesianos das seguintes funções:

- a)  $y = 3^x$     b)  $y = 10^{-x}$     c)  $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$     d)  $y = 2^{2x-1}$   
 e)  $y = 2^x + 1$

116. (PUC-RJ) A indústria de computação cada vez mais utiliza a denominação 1K como substituto para o número mil (por exemplo Y2K, como ano 2000). Há um erro de aproximação neste uso, já que o valor técnico com que se trabalha,  $1K = 2^{10}$ , não é 1000. Assim rigorosamente falando, uma notícia como "o índice Dow-Jones pode atingir 3K", significaria que o índice pode atingir:

- a) 3000    b) 2960    c) 3012    d) 2948    e) 3072

117. Se  $a, b \neq 0$ , simplifique  $\frac{(a^3 \cdot b^{-2})^{-2}}{(a^{-4} \cdot b^3)^3}$ .

118. (Unirio-RJ) Num laboratório é realizada uma experiência com um material volátil cuja velocidade de volatilização é medida pela sua massa, em gramas, que decresce em função do tempo  $t$ , em horas, de acordo com a fórmula:  $m = -32t - 3^{t+1} + 108$ . Assim sendo, o tempo máximo de que os cientistas dispõem para utilizar este material antes que ele se volatilize totalmente é:

- a) inferior a 15 minutos  
 b) superior a 15 minutos e inferior a 30 minutos  
 c) superior a 30 minutos e inferior a 60 minutos  
 d) superior a 60 minutos e inferior a 90 minutos  
 e) superior a 90 minutos e inferior a 120 min.

119. Resolva:

- a)  $(2^x)^{x+4} = 32$     b)  $3^{2x-1} \cdot 9^{3x+4} = 27^{x+1}$   
 c)  $\sqrt{5^{x-2}} \cdot \sqrt[3]{25^{2x-5}} - 2\sqrt{5^{3x-2}} = 0$   
 d)  $3^{2x+2} - 3^{x+3} > 3^x - 3$   
 e)  $4^{\frac{x+1}{2}} + 5 \cdot 2^x + 2 > 0$

120. (Unirio-RJ) O conjunto solução da inequação  $x^{2x} \geq x^{x+3}$ , onde  $x > 0$  e  $x \neq 1$ , é:

- a)  $]0, 1[ \cup [3, +\infty[$     b)  $\{x \in \mathbb{R} \mid 0 < x < 1\}$   
 c)  $[3, +\infty[$     d)  $\mathbb{R}$     e)  $\emptyset$