Logaritmo

O estudo de logaritmo permite que possamos calcular uma equação exponencial com base diferente, por exemplo: $3^x = 5$, como $3 \neq 5$ não podemos resolver pelo método anterior, porém sabemos que x é um valor entre 1 e 2 , pois o 5 está entre 3 e 9, usando logaritmo conseguimos chegar a um valor preciso.

Def.: Sendo a e b números reais positivos, com a ≠ 1, chama-se logaritmo de b na base a o expoente que se deve dar à base a de modo que a potência obtida seja igual a b.

$$a, b \in IR,\ 0 < a \neq 1\ e\ b > 0 \rightarrow$$
$$\log_a b = x \Leftrightarrow a^x = b$$

Sendo que a é a base do logaritmo , b é o logaritmando e x é o logaritmo.

Ex:

a) $\log_2 8 = 3$, pois $2^3 = 8$

b) $\log_3 \frac{1}{9} = -2,\ pois\ 3^{-2} = \frac{1}{9}$

c) $\log_5 5 = 1$, pois $5^1 = 5$ d) $\log_7 1 = 0$, pois $7^0 = 1$

Antilogaritmo

Def.: Sejam a e b números reais positivos com a ≠ 1; se o logaritmo de b na base a é x, então b é o antilogaritmo de x na base a.

$$\log_a b = x \Leftrightarrow b = anti\log_a x$$

Ex:a) $\text{antilog}_3 2 = 9,\ pois\ \log_3 9 = 2$

b) $anti\log_{\frac{1}{2}} 3 = \frac{1}{8},\ pois\ \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{8} = 3$

c) $anti\log_{2-2}(-2) = \frac{1}{4},\ pois\ \log_2 \frac{1}{4} = -2$

Conseqüências da Definição:

1) $\log_a 1 = 0$ 2) $\log_a a = 1$

3) $a^{\log_a b} = b$ 4) $\log_a b = \log_a c \Leftrightarrow b = c$

Propriedades: Se 0 < a≠ 1, b > 0 e c > 0, então:

I) $\log_a (b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$

II) $\log_a \left(\frac{b}{c}\right) = \log_a b - \log_a c$

III) $co\log_a b = -\log_a b$

IV) $\log_a b^\alpha = \alpha \cdot \log_a b$

Obs.: As expressões que possuem somente operações de multiplicação, divisão e potências é chamada de expressão logarítmica, pois pode ser resolvida através de log.

Mudança de Base

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a} \quad \textbf{ou} \quad \log_a b = \log_c b \cdot \log_a c$$

A mudança de base é necessária para operar com os logaritmos, pois eles precisam estar na mesma base.

Obs. $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$

EXERCÍCIOS

121.Calcule pela definição os seguintes logaritmos:

a) $\log_2 \frac{1}{8}$ b) $\log_8 4$ c) $\log_{0,25} 32$

d) $\log_{25} 0{,}008$ e) $\log_{0,01} 0{,}001$ f) $\log_{125} 25$

122. Calcule o antilog:

a) $anti\log_3^4$ b) $anti\log_{16} \frac{1}{2}$ c) $anti\log_{\frac{1}{2}} -4$

123. Determine o valor de x, na equação

$$y = 2^{\log_3 (x+4)},\ para\ que\ y\ seja\ igual\ a\ 8.$$

124.Calcule:

a) $8^{\log_2 5}$ b) $3^{1+\log_3 4}$

c) $anti\log_2(\log_2 3)$ d) $anti\log_3(\log_3 5)$

125. Determine o valor de A tal que:

$4^{\log_2 A} + 2A - 2 = 0$

126. Desenvolva, aplicando as propriedades dos logaritmos (a,b, e c são reais positivos):

a) $\log_2\left(\frac{2ab}{c}\right)$ b) $\log_3\left(\frac{a^3 b^2}{c^4}\right)$

c) $\log\left(\frac{a^3}{b^2\sqrt{c}}\right)$

127. Qual a expressão cujo desenvolvimento logarítmico é: $1 + \log_2 a - \log_2 b - 2\log_2 c$?

128.Se $\log_{10} 2 = 0{,}3010$, determine o valor da expressão $\log_{10} 20 + \log_{10} 40 + \log_{10} 800$.

129.Sabendo que $\log_{30} 3 = a$ e $\log_{30} 5 = b$. calcule $\log_{10} 2$.

130. Calcule:

a) Se $\log_{12} 27 = a$, $\log_6 16 = ?$

b) Se $\log_{20} 2 = a\ e\ \log_{20} 3 = b, \log_6 5 = ?$

c) Se ab = 1, $\log_b \sqrt{a} = ?$

d) $A = \log_3 5 \cdot \log_4 27 \cdot \log_{25} \sqrt{2}$