Função Logarítmica

$f : IR_+^* \to IR$
$x \to \log_a x$

$$f(x) = \log_a x \ , \ 0 < a \neq 1$$

A função logarítmica é o inverso da função exponencial.

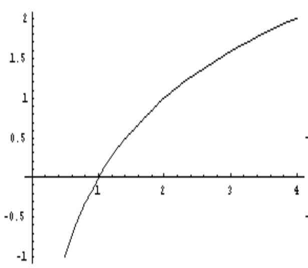
Imagem

(Im = IR) , uma vez que a função admite inversa a função é bijetora.

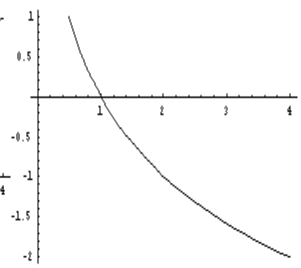
Gráfico

- Está todo à direita do eixo y (x > 0);
- Corta o eixo x no ponto de abscissa 1 ($\log_a 1 = 0$, 0 < a ≠ 1)
- Função crescente se a > 1 e decrescente se 0 < a < 1
- É simétrico em relação à reta y = x (bissetriz dos quadrantes impares) do gráfico da função g(x) = a^x

f(x) = $\log_a x$, $0 < a \neq 1$



Func. Cresc.



Func. Decresc.

Equações Exponenciais

Para calcularmos equações potenciais que não sejam reduzidas a mesma base usamos a definição de logaritmo.

$$a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b$$

Equações Logarítmicas

Podem se apresentar de 3 maneiras:

1) Redutíveis a logaritmos de mesma base donde teremos:
$$\log_a f(x) = \log_a g(x) \Leftrightarrow f(x) = g(x) > 0$$
2) Redutíveis a uma igualdade de um logaritmo e um número real, a resolução será pela definição de logaritmo.
$$\log_a f(x) = \alpha \Rightarrow f(x) = a^\alpha$$
3) Por substituição de incógnita, onde substituímos o log por uma incógnita.

EXERCÍCIOS

131. Construa os gráficos das funções:

a) $f(x) = \log_2 |x|$ b) $f(x) = \log_{\frac{1}{3}} x$

c) $f(x) = \log_3 x$ d) $f(x) = |\log_2 x|$

132. Determine o domínio da função

a) $f(x) = \log_3 (x^2 - 4)$

b) $f(x) = \log_5 \dfrac{x+1}{1-x}$

c) $f(x) = \log_{(x+1)} (2x^2 - 5x + 2)$

d) $f(x) = \log_x (x^2 + x - 2)$

133.Resolva as equações exponenciais:

a) $2^x = 5$ b) $5^{2x-3} = 3$

c) $7^{\sqrt{x}} = 2$ d) $7^{2-3X} = 5$

e) $2^{3x-2} = 3^{x+2}$ f) $2^{x+1} - 2^x = 3^{x+2} - 3^x$

134. O crescimento de uma certa cultura de bactérias obedece à função X(t) = Ce^{kt}. Em que X(t) é o número de bactérias no tempo $t \geq 0$;C,k são constantes positivas (e é a base do logaritmo neperiano). Verificando que o número inicial de bactérias X(0) duplica em 4horas, quantas se pode esperar no fim de 6 horas?

135.Uma substância radiotiva está em processo de desintegração , de modo que no instante t a quantidade não desintegrada é A(t) = $A(0) \cdot e^{-3t}$, em que A(0) indica a quantidade de substância no instante t = 0.Calcule o tempo necessário para que a metade da quantidade inicial se desintegre.

136. A lei de decomposição do radium no tempo $t \geq 0$ é dada por M(t)= Ce^{-kt} , em que M(t) é a quantidade de radium no tempo t; C e k são constantes positivas (e é a base do logaritmo neperiano). Se a metade da quantidade primitiva M(o) desaparece em 1600 anos, qual a quantidade perdida em 100 anos?

137.Resolva as equações logarítmicas:

a) $\log_3 (2x - 3) = \log_3 (4x - 5)$

b) $\log_3 (x^2 + 3x - 1) = 2$

c) $\log_2^2 x - \log_2 x = 2$

d) $\log_x (2x + 3) = 2$

e) $\log_{(x+3)} (5x^2 - 7x - 9) = \log_{(x+3)} (x^2 - 2x - 3)$

f) $\log_5 (4x - 3) = 1$

g) $\log_2 (x + 1) + \log_2 (x - 1) = 3$

h) $\log_2 (x - 2) + \log_2 (3x - 2) = \log_2 7$