

Capítulo 4 – Trabalho e Energia

Este tema é, sem dúvidas, um dos mais importantes na Física. Na realidade, nos estudos mais avançados da Física, todo ou quase todos os problemas podem ser resolvidos através da Energia dos sistemas. Um dos grandes nomes da conservação da energia sem dúvidas é o inglês James Prescott Joule. Ele e seu irmão eram fascinados por energia, e com isso davam choques um no outro e nos seus empregados.

A partir daí, surgiu a idéia que a energia do universo é um processo que se repete indefinidamente através da reciclagem da mesma energia.

O Trabalho (W)

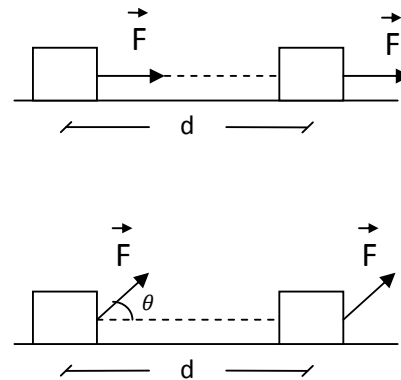
A energia pode se manifestar de diversas formas no Universo, como: térmica, elétrica, magnética, sonora, mecânica, potencial, entre outras. Além disso, a mesma energia varia entre essas formas descritas. Por exemplo, uma lâmpada comum transforma a energia elétrica em energia luminosa

Assim, criou-se uma unidade que medisse a quantidade de energia transformada: o **Trabalho**. Esta unidade é usada nos diversos ramos da Física, porém analisaremos aqui apenas sua relação com a Energia Mecânica. Aí, podemos medir a transformação de energia pela seguinte equação:

$$W = F \cdot d$$

Sendo F a força responsável pela transformação de energia e d a distância percorrida **na direção da força**. Ocorre que nem sempre a direção da força e a direção

do movimento coincidem, então fazemos uma correção na fórmula acima. Veja o exemplo abaixo:



No segundo caso, a direção da força faz um ângulo θ com a direção do movimento. Assim, devemos usar na equação apenas a componente da força na direção do movimento. Com isso, a fórmula correta do Trabalho fica:

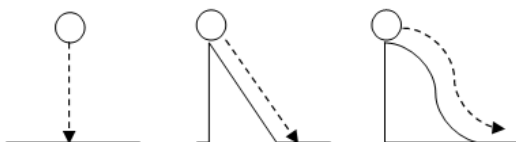
$$W = F \cdot d \cdot \cos\theta$$

Unidade do Trabalho: [J]

Que é válida para todas as direções, pois, caso a força e a direção do movimento forem iguais, será igual a 1, e cosseno de 0 vale 1, portanto a equação ficará $W = F \cdot d$.

Vale notar que a unidade do trabalho é o Joule (J), em homenagem ao físico britânico James Prescott Joule.

Observação Importante: O trabalho da Força Peso será dado por $W = P \cdot d$. P é o peso do corpo e d a distância VERTICAL que ele percorre. Assim, se temos um mesmo corpo descrevendo os 3 movimentos abaixo:



O trabalho da força peso será o mesmo nos 3 casos, pois a distância VERTICAL que o mesmo corpo percorre é a mesma.

A Potência

Em Física, a potência é definida como a rapidez com que a energia é transformada. Isto é, quanto a maior a potência mais energia é transformada em uma mesma unidade de tempo.

$$P = \frac{\Delta W}{\Delta t}$$

Unidade de Potência: [W]

Assim, substituindo nas equações de Trabalho Mecânico:

$$P = \frac{\Delta(W)}{\Delta t}$$

$$P = \frac{\Delta(F \cdot d \cdot \cos \theta)}{\Delta t}$$

Supondo a força constante e a sua direção coincidindo com a direção do movimento ($\theta=0$).

$$P = \frac{F \cdot \Delta d}{\Delta t} = F \cdot \left(\frac{\Delta d}{\Delta t} \right) \text{ velocidade}$$

Assim, chegamos à seguinte equação:

$$P = F \cdot v$$

Energia Cinética (Ec)

É a energia que está associada ao movimento. Para que exista movimento, é necessário que haja um corpo (massa) com uma determinada velocidade.

Assim, a fórmula da energia cinética é dada por:

$$E_c = \frac{m \cdot v^2}{2}$$

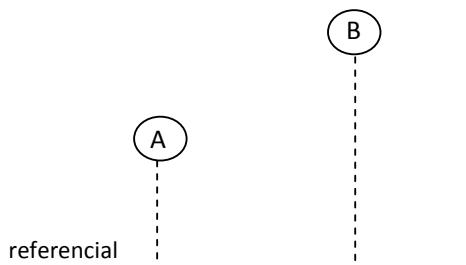
Unidade da Energia: [J]

Energia Potencial (Ep)

É a energia que pode vir a ser transformada, baseado em um referencial. Vamos tratar de dois tipos principais de energia potencial: a gravitacional e a elástica.

Energia Potencial Gravitacional (Ep_g)

É a quantidade de energia que a força da gravidade pode transformar em um corpo (trabalho da força peso). Normalmente o referencial adotado é o chão. Observe abaixo:



Como o corpo B está mais distante do solo, o trabalho que a força peso pode realizar é maior (lembrando que $W = F \cdot d$). Então a energia potencial de B é maior que a de A. A energia potencial é o próprio trabalho que poderia ser realizado, portanto a fórmula é a mesma:

Porém chamamos a distância vertical de altura (h), e a força de força peso (P)

logo:

$$E_{p_g} = m \cdot g \cdot h$$

Energia Potencial Elástica (Ep_e)

É a quantidade de energia que a força elástica pode transformar. Normalmente o referencial adotado é o ponto de equilíbrio da mola. Assim, quanto mais esticada ou quanto mais comprimida está uma mola, maior sua energia potencial elástica.

Também chegamos à fórmula através do trabalho a ser realizado, e assim chegamos em:

$$E_{pe} = \frac{k \cdot \Delta x^2}{2}$$

Energia Mecânica

A energia mecânica está relacionada ao movimento de um corpo, e a possibilidade potencial de movimento. Por consequência, a energia mecânica é a soma da Energia Cinética com a Energia Potencial.

$$E_m = E_c + E_p$$

Na ausência de forças dissipativas, a energia mecânica se conserva ao longo de todo o movimento. Ou seja, neste caso toda a energia cinética que se transforma, se transforma em energia potencial (gravitacional ou elástica). Ou seja:

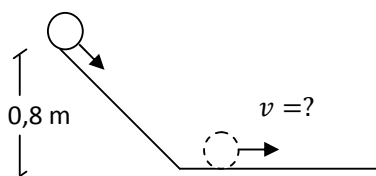
$$E_{m_{inicial}} = E_{m_{final}}$$

$$E_{c_{inicial}} + E_{p_{inicial}} = E_{c_{final}} + E_{p_{final}}$$

Veja o exemplo abaixo para melhor compreensão:

Exemplo 4.1:

Uma bolinha de massa 3 kg é abandonada de cima de uma rampa de 0,8 m de altura. Sabendo-se que na região a aceleração da gravidade vale 10 m/s², encontre a velocidade da bolinha quando chega ao solo plano. Despreze os atritos.



Na ausência de forças dissipativas, a energia mecânica se conserva.

$$E_{m_{inicial}} = E_{m_{final}}$$

$$E_{c_{inicial}} + E_{p_{inicial}} = E_{c_{final}} + E_{p_{final}}$$

No momento do abandono, a velocidade da bolinha é nula, portanto ela não tem energia cinética. Quando ela está no solo plano (referencial), ela não possui energia potencial, portanto:

$$E_{c_{inicial}} + E_{p_{inicial}} = E_{c_{final}} + E_{p_{final}}$$

$$E_{p_{inicial}} = E_{c_{final}}$$

$$m \cdot g \cdot h = \frac{m \cdot v^2}{2}$$

Cancelando as massas:

$$g \cdot h = \frac{v^2}{2}$$

$$v^2 = 2 \cdot g \cdot h$$

$$v^2 = 2 \cdot (10) \cdot (0,8)$$

$$v^2 = 16$$

$$v = 8 \text{ m/s}$$

Impulso

O impulso ocorre quando uma força é aplicada durante um pequeno intervalo de tempo, para depois ser transformada em movimento. Quando uma pessoa quer pular, ela “pega” impulso. Assim, ele é calculado como:

$$I = F \cdot \Delta t$$

Unidade do Impulso: [N.s]

Quantidade de Movimento (Q)

Quando desejamos analisar apenas o movimento, é interessante utilizar os conceitos de energia cinética e potencial. No entanto, quando desejamos analisar choques entre dois corpos, faz-se necessário observar outra grandeza.

Esta grandeza se chama **Quantidade de Movimento**, e, como o próprio nome sugere, mede a quantidade de movimento de um corpo. Lembrando que, para que haja movimento, deve haver um corpo (massa) em uma determinada velocidade, esta grandeza é dada por:

$$Q = m \cdot v$$

Unidade de Q: [kg.m/s]

Podemos ver, com isso, que quanto maior a massa e maior a velocidade de um corpo, maior sua quantidade de movimento. Por isso, veículos mais

pesados e em maior velocidade se envolvem em acidentes mais violentos.

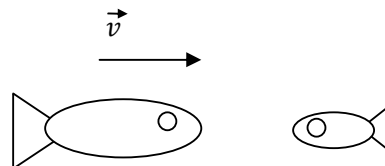
Esta grandeza se faz muito importante em choques pois, **na ausência de forças externas**, ela se conserva nele, ou seja, a quantidade de movimento antes é igual à quantidade de movimento depois do choque.

$$Q_{antes} = Q_{depois}$$

Com isso, podemos calcular o que vai ocorrer após um choque mecânico entre dois corpos.

Exercício Resolvido:

Um peixe de 4 kg está nadando em um rio com velocidade de 5 m/s. Ele engole um peixe menor de 1 kg que estava em repouso na sua trajetória, e continua o seu movimento. Calcule a velocidade com que ele continua a nadar.



$$F_{ext} = 0$$

$$Q_{antes} = Q_{depois}$$

Antes, o único movimento era do peixe grande. Depois, os dois peixes andam juntos com uma velocidade inferior.

$$m_{antes} \cdot v_{antes} = m_{depois} \cdot v_{depois}$$

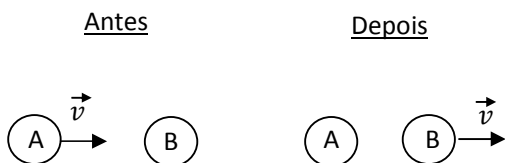
$$(4) \cdot (5) = (4 + 1) \cdot v_{depois}$$

$$5 \cdot v_{depois} = 20$$

$$v_{depois} = 4 \text{ m/s}$$

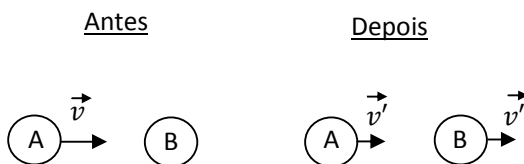
Tipos de Choque

Perfeitamente Elástico



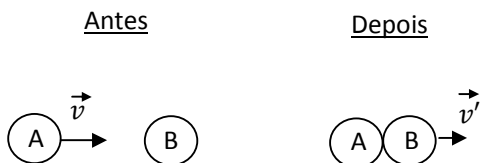
Um exemplo deste tipo de choque ocorre quando uma bola de sinuca A bate em outra bola B, e a bola A fica em repouso após o choque, e a bola B sai com a velocidade com que A se chocou com ela.

Parcialmente Elástico



Um exemplo deste choque ocorre quando um carro em movimento bate em outro em repouso, e, após o choque, ambos saem com uma velocidade inferior a inicial ($v' < v$).

Inelástico



Um exemplo deste choque ocorre quando dois veículos se chocam, e ambos continuam o movimento juntos, com uma velocidade também inferior.

Assim, podemos montar a seguinte tabela:

Tipo	Q	Energia	e
Perfeitamente Elástico	Conserva-se	Conserva-se	$e=1$
Parcialmente Elástico	Conserva-se	Há perda	$0 < e < 1$
Inelástico	Conserva-se	Há perda máxima	$e=0$

Sendo **e** o coeficiente de restituição. Ele é dado por:

$$e = \frac{|vel. \text{ relativa de afastamento}|}{|vel. \text{ relativa de aproximação}|}$$

Ou

$$e = \frac{|v'_b - v'_a|}{|v_b - v_a|}$$

Sendo:

v_a e v_b = Velocidade de a e b antes do choque

v'_a e v'_b = Velocidade de a e b depois do choque

O coeficiente de restituição não tem unidade.

Impulso e Quantidade de Movimento

A força resultante que atua sobre um corpo pode ser representada de outras

formas além da 2ª Lei de Newton. Veja o seguinte:

$$F = m \cdot a$$

$$F = m \cdot \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

aceleração

Se a massa permanecer constante:

$$F = \frac{\Delta(m \cdot v)}{\Delta t}$$

Logo: $F = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$

Ou seja, na ausência de forças externas, a quantidade de movimento de conserva ($\Delta Q = 0$). Quando houver forças externas, Q irá variar e poderemos usar a fórmula acima. Além disso, podemos relacioná-la ao impulso:

$$I = F \cdot \Delta t$$

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \cdot \Delta t$$

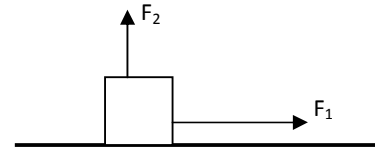
Logo:

$$I = \Delta Q$$

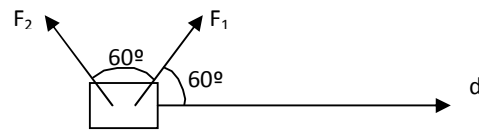
EXERCÍCIOS CAPÍTULO 4

1) Um corpo tem peso $P = 20 \text{ N}$. Sob a ação de uma força horizontal F , de intensidade 10 N , o corpo é deslocado horizontalmente $5,0$ metros no mesmo sentido da força. Nesse deslocamento, quais foram os trabalhos realizados pelas forças F e P ? Considere $g = 10 \text{ m/s}^2$

2) Um corpo C , representado na figura, desloca-se no sentido da força F_1 de intensidade $2,0 \text{ N}$. Há ainda atuando sobre o corpo a força F_2 de $1,0 \text{ N}$. Durante um deslocamento de módulo $2,0 \text{ m}$, calcule os trabalhos realizados pelas forças F_1 e F_2 .



3) O bloco da figura desloca-se horizontalmente. Sejam F_1 e F_2 duas forças entre as diversas forças que agem no bloco. Sendo $F_1 = F_2 = 10 \text{ N}$, calcule os trabalhos que F_1 e F_2 realizam num deslocamento de módulo $d = 4,0 \text{ m}$.



4) Um ponto material, de massa $m = 0,20 \text{ kg}$, é lançado horizontalmente de um ponto A situado a $3,0 \text{ m}$ do solo. Considere a aceleração da gravidade constante e de módulo $g = 10 \text{ m/s}^2$. Determine o trabalho do peso no deslocamento de A para B . B é o ponto onde o ponto material atinge o solo.

5) Uma bola de tênis é lançada perpendicularmente contra uma parede e volta com velocidade de mesmo módulo, 12 m/s . Sabendo que a bola possui massa $m = 0,20 \text{ kg}$, determine a variação da quantidade de movimento sofrida por ela.

6) Um corpo de tamanho desprezível e massa $m = 2,0 \text{ kg}$ realiza um MCU tendo energia cinética de $1,0 \text{ J}$. Determine:

a) o módulo da quantidade de movimento;

b) a variação da quantidade de movimento em uma volta completa.

7) Uma partícula de massa 12 g estava em movimento retilíneo e uniforme com velocidade escalar de $1,0 \cdot 10^3 \text{ m/s}$. Num dado instante $t_0 = 0$, aplicou-se sobre ela uma força constante $F = 5,0 \text{ N}$ de direção e sentido iguais ao do movimento. Determine a velocidade da partícula no instante $t = 12 \text{ s}$.

8) Dois corpos movem-se sem atrito sobre uma mesa horizontal, com velocidade de mesma direção mas de sentidos opostos. O primeiro tem massa $M_1 = 3,0 \text{ kg}$ e velocidade $v_1 = 4,0 \text{ m/s}$; o segundo tem massa

$M_2 = 2,0$ kg e velocidade $v_2 = 6,0$ m/s. Com o choque a trajetória do segundo corpo sofre um desvio de 60° e sua velocidade passa a $4,0$ m/s.

- Represente graficamente os vetores quantidade de movimento dos dois corpos antes e depois do choque. Justifique.
- Determine se o choque foi elástico ou inelástico.

9) Duas partículas A e B movem-se numa mesma reta: a primeira, de massa $6,0$ kg, com velocidade $5,0$ m/s e a segunda, de $4,0$ kg, com velocidade de 10 m/s. O sentidos de suas velocidades são contrários de forma a se encontrarem. Determine as velocidades das partículas após o choque.

10) Numa pista retilínea, move-se um carro A, de massa 1000 kg com velocidade $3,0$ m/s. Atrás dele move-se um carro B de massa 500 kg com velocidade $9,0$ m/s. Sabendo-se na traseira do carro A havia uma mola ideal, calcule os módulos das velocidades de ambos os carros após a colisão.

Gabarito

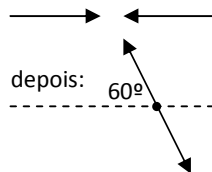
- 50 J e zero
- 4,0 J e zero
- 20 J e -20 J
- 6,0 J

5) $\Delta Q = 4,8$ kg.m/s

6) a) $2,0$ kg.m/s b) zero

7) $6,0 \cdot 10^3$ m/s

8) a) antes:



b) parcialmente elástico

9) $7,0$ m/s e $8,0$ m/s

10) $7,0$ m/s e $1,0$ m/s